

EXERCICE 1

Démontrer que si les entiers  $a$  et  $a'$  ont pour restes respectifs  $r$  et  $r'$  dans la division euclidienne par l'entier  $k$  alors  $aa'$  a le même reste que  $rr'$  dans la division par  $k$ .

EXERCICE 2

La différence de deux entiers est 538. Si l'on divise l'un par l'autre, le quotient est 13 et le reste 22.

Quels sont ces deux entiers ?

EXERCICE 3

1. Déterminer le reste de la division euclidienne par 11 de l'entier 29127018
2. Trouver les chiffres  $a$  et  $b$  pour que le nombre  $63a271b$  soit divisible par 4 et 11

EXERCICE 4

$a$  et  $b$  désignent des entiers naturels premiers entre eux.

On pose :  $S = a + b$  et  $P = ab$ .

Déterminer  $\text{pgcd}(a, S)$  et  $\text{pgcd}(S, P)$ .

EXERCICE 5

Montrer que si  $n$  est pair, les nombres  $a = n(n^2 + 20)$  et  $b = n(n^2 - 20)$  sont divisibles par 8.

EXERCICE 6

$a$  et  $b$  sont des entiers naturels.

1. Montrer que  $a^5 - a$  est divisible par 10.
2. Démontrer que si  $a^5 - b^5$  est divisible par 10 alors  $a^2 - b^2$  est divisible par 20.

EXERCICE 7

Trouver  $n$  dans  $\mathbb{N}^*$  pour que  $(n+8)$  soit divisible par  $n$  et  $(3n+24)$  soit divisible par  $n - 4$ .

EXERCICE 8

Démontrer que si  $a$  et  $b$  sont premiers entre eux, alors  $a + b$  et  $ab$  sont premiers entre eux.

En est-il de même pour  $a + b$  et  $a^2 + b^2$  ?

EXERCICE 9

$a$  et  $b$  des entiers naturels non nuls.

On pose :  $x = 15a + 4b$  et  $y = 11a + 3b$ .

1. Calculer  $3x - 4y$  et  $-11x + 15y$ .
2. Dédire que  $15a+4b$  et  $11a+3b$  ont le même plus grand diviseur commun que  $a$  et  $b$ .

EXERCICE 10

1) Déterminez les couples  $(x ; y)$  d'entiers naturels tels que:  $x^2 - y^2 = 1$ .

2)  $p$  étant un entier naturel premier, déterminez les couples  $(x; y)$  d'entiers naturels tels que:  $x^2 - y^2 = p$ .

---